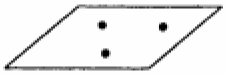
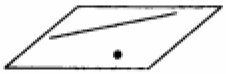
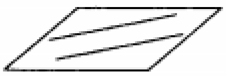
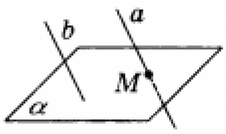
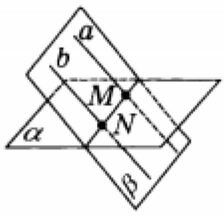
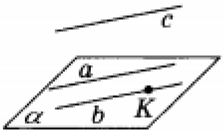
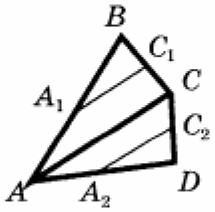
# ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ

## Параллельность прямых в пространстве

| | |
|---|---|
| **Определение параллельных прямых в пространстве**<br> | Две прямые в пространстве называются **параллельными**, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.<br><br>***Обозначение.*** Параллельность прямых $a$ и $b$ в пространстве обозначается так же, как и на плоскости: $a \parallel b$. Иногда непараллельность прямых $a$ и $b$ обозначается знаком $\nparallel$: $a \nparallel b$.<br><br>***Замечание.*** Из определения следует, что через две параллельные прямые в пространстве проходит плоскость, и притом только одна. |
| **Способы построения плоскости в пространстве**<br><br><br><br> | Плоскость, и притом только одну, в пространстве можно провести:<br><br>**1) через три точки, не лежащие на одной прямой;**<br><br>**2) через прямую и не лежащую на ней точку;**<br><br>**3) через две пересекающиеся прямые;**<br><br>**4) через две параллельные прямые.** |
| **Теорема** ***(о прямой, параллельной данной)***<br> | **Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.**<br><br>*Доказательство.* |
| | |

| | |
|---|---|
| *Типовая задача* | *Прямая $a$ лежит в плоскости $\alpha$. Прямая $b$ имеет с плоскостью $\alpha$ общую точку. Докажите, что если $a \parallel b$, то $b \subset \alpha$.*<br>*Доказательство.* |
| **Определение параллельности отрезков, лучей и прямых** | Два отрезка называются **параллельными**, если они лежат на параллельных прямых.<br><br>Вообще, отрезок (луч) параллелен отрезку (лучу, прямой), если они лежат на параллельных прямых. |
| **Лемма (*о параллельных прямых, пересекающих плоскость*)**<br><br><br><br> | **Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость:**<br>$\boldsymbol{a \parallel b,\ a \cap \alpha = M \Rightarrow b \cap \alpha = N.}$<br>*Доказательство.* |
| | |

| | |
|---|---|
| **Теорема** (***признак параллельности прямых***)   | **Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны:** <br> $\boldsymbol{a \parallel c,\ c \parallel b \Rightarrow a \parallel b.}$ <br> *Доказательство.* |
| **Свойство транзитивности параллельных прямых** | Понятие **транзитивности** в математике означает перенос некоторого свойства: если данное свойство выполняется для пары $a$ и $c$ и для пары $c$ и $b$, то оно выполняется и для пары $a$ и $b$. <br> Поэтому предыдущую теорему иногда называют *свойством транзитивности параллельных прямых*. |
| *Типовая задача*   | *Треугольники $ABC$ и $ADC$ не лежат в одной плоскости. $A_1C_1$ и $A_2C_2$ – средние линии треугольников (см. рисунок). Докажите, что прямые $A_1C_1$ и $A_2C_2$ параллельны.* <br> *Доказательство.* |

| | |
|---|---|
| *Полезная задача* | *Через каждую из двух параллельных прямых проведено по плоскости. Докажите, что если эти плоскости пересекаются, то линия их пересечения параллельна каждой из данных прямых.* |
| *Полезная задача* | *Если плоскости, проведенные через каждую из двух прямых, пересекаются по прямой, не пересекающейся с данными прямыми, то эти две прямые параллельны. Докажите.* |